
Kvanteteoriens utvikling – Plancks energielementer

*Reidun Renstrøm **

I forrige nummer av *Fra Fysikkens Verden* markerte vi 100-årsjubileet for kvanteteoriens fødsel med en biografisk artikkel om Max Planck og hans teori. Planck innførte ikke energielementer i sin strålingsteori på grunn av fundamentale problemer innen klassisk fysikk. Energielementene ble derimot innført for å kunne utlede Wiens forskyvningslov på basis av klassiske prinsipper. Her er historien.

På møtet i det Tyske Fysiske Selskap 14. desember 1900 fremla Max Planck sin nye strålingslov. Det teoretiske grunnlaget var statistisk fysikk, termodynamikk, elektrodynamikk og energielementer. Tilhørerne undret seg, for Planck var en kjent motstander av statistisk fysikk og Boltzmanns statistiske tolkning av termodynamikkens 2. lov. Like sikkert som at energien i et lukket system er konstant, var det for Planck at dets entropi aldri kunne avta. Det hadde vært et uttalt mål for Planck å vise at entropiøkning kunne begrunnes ut fra elektromagnetiske prinsipper. Men nå hadde Planck plutselig endret sitt syn og utledet strålingsloven analogt til Boltzmanns utledning av molekylers hastighetsfordeling. Han innførte energielementer, som det var meningen å kvitte seg med senere i utregningene ved å la dem bli infinitesimale, slik Boltzmann hadde gjort, fordi de kun hadde matematisk, ikke fysisk betydning. Men i motsetning til Boltzmann, brøt Planck med statistisk fysikks krav om at et system har kontinuerlig energi, og beholdt energielementene i sluttresultatet. Det var hans eneste mulighet for å få en strålingslov i overensstemmelse med eksperimentelle resultater.

I lærebøkene fremstilles ofte Plancks innføring av energielementer som løsningen av en fundamental vanskelighet i fysikken. Men i 1900 oppdaget verken Planck eller noen andre av samtidens dyktige teoretikere at det var noe galt med klassisk fysikk, og de var ikke fortrolige med statistisk mekanikk,

som ennå ikke hadde fylt 20 år. Strålingsloven, som i dag kalles Rayleigh-Jeans lov, utledet fra statistisk fysikk, ble først korrekt fremsatt i 1905. Det er derfor en forvrengning av historien å hevde at Planck innførte energielementer på grunn av den klassiske fysikks feilaktige resultat. Det var Wiens lov, som ikke var utledet etter klassiske prinsipper, som var Plancks problem.

Utviklingen av lovene for sort stråling

Kvanteteoriens forhistorie er lang og innviklet. Historien som her fortelles er forenklet og gir en oversikt over høydepunktene. Vi begynner i 1859 med Gustav Kirchhoffs analyse av varmestråling. På den tiden var det en alminnelig oppfatning blant fysikerne at lysets utbredelse var forstått og beskrevet i teorien, men at mekanismen bak absorpsjon og emisjon av lys, ennå ikke var avslørt. Det var derfor naturlig for Kirchhoff å prøve å forstå varmestråling på grunnlag av termodynamikk, fordi strålingens vekselvirkning med materie ikke inngår i termodynamikkens likninger. Han definerte et sort legeme, som et legeme som absorberer all stråling, som treffer det. Strålingen emittert fra et slikt legeme kalte han sortlegemestråling. Kirchhoff viste videre at strålingen i et hulrom er som om den kom fra et sort legeme. Ved å studere stråling fra et hull i en kasse der strålingen er i termisk likevekt med veggene, kan man eksperimentelt bestemme strålingens totale energi og hvordan energien per volumenhet er fordelt på de ulike frekvensene, strålingens spektraltetthet. Kirchhoff formulerte en lov som uttrykte at spektraltettheten er en universell funksjon av strålingen alene, den er ikke avhengig av formen på hulrommet eller materialet det er laget av, kun av strålingens frekvens og temperatur. Utfordringen til teoretikerne var dermed gitt: Å utlede den universelle funksjonen for spektraltettheten.

Det ville være oppbyggelig, hvis vi kunne veie den hjernemasse, som er blitt ofret på alteret for Kirchhoffs lov, skrev Einstein i 1913. Vi nøyer oss med å presentere fire fysikere, hovedaktørene, i jakten på strålingsloven.

Strålingens totale energitetthet: Stefan og Boltzmann

Ut fra en rekke eksperimentelle resultater "gjettet" Josef Stefan i 1879 på at den totale energitettheten i strålingen er proporsjonal med T^4 :

$$u(T) = a T^4,$$

der a er en generell naturkonstant.

Betydningen av denne sammenhengen ble klar i 1884 da Ludwig Boltzmann begrunnet den teoretisk ut fra termodynamikk og Maxwells teori, og viste at den kun var riktig for sortlegemestråling (hulromsstråling). Lorentz kalte Boltzmanns bidrag for *En sann perle i teoretisk fysikk*.

Strålingens spektraltetthet: Wien

Wilhelm Wien presenterte i 1893 et resultat som vi kaller Wiens forskyvningslov. Termodynamiske betraktninger på elektromagnetisk stråling gav at spektraltettheten $u(\nu, T)$ er gitt ved tredje potens av frekvensen multiplisert med en funksjon som avhenger av forholdet mellom frekvensen og temperaturen:

$$u(\nu, T) = \nu^3 f(\nu/T).$$

Målinger fra hulromsstråling viste at $f(\nu/T)$ har et maksimum for en frekvensverdi som er proporsjonal med temperaturen:

$$\nu_m = bT,$$

der b er en ny naturkonstant. Wiens sammenheng blir kalt forskyvningsloven fordi ν_m øker med økende temperatur.

Med Wiens forskyvningslov var grensen for termodynamikkens og elektromagnetismens muligheter til å beskrive hulromsstråling nådd. For å finne et uttrykk for $f(\nu/T)$ må strålingens energiutveksling med materien tas med, og det hadde man ingen teorier om. Mange gjettet og utledet en funksjon, men kun Wiens gjetting var i overensstemmelse med den eksperimentelle erfaringen på den tiden. I 1896 presenterte han et uttrykk for

spektraltettheten, som vi kaller Wiens strålingslov, som stemte overens både med Sefan-Boltzmanns " T^4 -lov" og eksperimentelle erfaringer, men hans utledning inneholdt hypoteser som det ikke fantes grunnlag for i teorien.

Wiens strålingslov: Planck

Neste oppgave for fysikere som var konfrontert med Kirchhoffs utfordring, var å begrunne Wiens lov stringent ut fra veletablerte teorier. Det var i denne fasen av utviklingen at Max Planck begynte å interessere seg for hulromsstrålingen, fordi strålingens frekvensfordeling *representerte noe absolutt, og ettersom jeg alltid har betraktet søken etter det absolutte som det høyeste mål for all vitenskapelig aktivitet, gikk jeg ivrig i gang med arbeidet*.

Plancks resultater og arbeid for å finne en stringent utledning av Wiens strålingslov

$$u(\nu, T) = \alpha \nu^3 e^{-\beta \nu / T},$$

der α og β er konstanter, finnes i en rekke avhandlinger fra 1897-1899, alle har samme tittel: *Über irreversible Strahlungsvorgänge*.⁽¹⁾ Planck var interessert i termodynamikkens 2. lov og irreversibilitet, og hans arbeider går ut på å beskrive den irreversible prosessen som fører strålingen frem til likevektstilstanden. Grunnlaget for beregningene var å la strålingen vekselvirke med harmonisk svingende dipoler, kalt resonatorer. Han så muligheten for at de irreversible prosessene i strålingens energiutveksling med materien kunne begrunne termodynamikkens 2. lov. Like sikkert som at energien i et lukket system er bevart, mente Planck det var at entropien aldri avtar. Enhver teori som ikke tok hensyn til dette, måtte forkastes, hevdet han. I årene 1880 til 1895 gjentok han flere ganger at den kinetiske gassteori ikke besto denne testen, fordi den tolket entropien statistisk, og dermed ikke utelukket entropinedgang.

Nå studerte Planck likevel Maxwells gassteori, kanskje av plikt fordi han var redaktør av Kirchhoffs lærebok, som inneholdt dette emnet. En feil i beviset for Maxwells hastighetsfordeling for molekyler, førte ham ut i en polemikk med Ludwig Boltzmann. Denne episoden gjorde Planck bedre kjent med Boltzmanns ide om molekylær uorden som grunnlag for utledning av entropien.

Boltzmann reagerte skarpt på Plancks første artikkel. Han gjorde Planck oppmerksom på at Maxwells likninger er tidsreversible, og derfor ikke

kan begrunne strålingens irreversibilitet. Han anbefalte Planck å tillegge strålingen et statistisk element, noe Planck etter hvert gjorde. Men dette endret ikke Plancks oppfatning av 2. hovedsetning som absolutt. Hans utvikling mot statistisk mekanikk var langsom. Statistisk fysikks grunnlag, atom- og molekylteori for stoff, var ikke allment akseptert og teorien ble derfor ikke innlemmet blant de veletablerte.

Flere enn to tusen år tidligere hadde Aristoteles sett det nødvendig å imøtegå Demokrits atomide ved å definere kontinuitet som en egenskap ved naturen og alle naturfenomener. Denne oppfatningen ble understreket av blant andre filosofene Cusanus, Eckhart, Liebzig og Kant. Blant samtidens fysikere og filosofer var Mach, Ostwald og Duham atomideens sterkeste motstandere. De klassiske teoriene, Newtons mekanikk, Maxwells likninger og senere også Einsteins relativitetsteori, er alle forenlig med Eckharts tese *Natura non facit saltum* (naturen gjør ikke sprang).

Boltzmann følte motstanden mot sine arbeider svært hard, noe han gir uttrykk for i forordet til sin *Gastheorie* fra 1898.⁽²⁾ Denne situasjon spilte nok en rolle da Boltzmann tok sitt eget liv i 1906.

Etter at Planck hadde anerkjent Boltzmanns kritikk, begynte han forfra igjen. Men han beholdt sin modell med stråling i likevekt med resonatorer. Etter noen meget kompliserte utregninger, fant han en relasjon mellom spektraltettheten og middelenergien til en harmonisk oscillator. Denne relasjonen utledet han fra Maxwells teori alene. Så definerte han en sammenheng mellom en resonators entropi og dens middelenergi. Termodynamikkens 2. lov førte han nå til et uttrykk for spektraltettheten, som var i overensstemmelse med Wiens lov.

Selv hevdet Planck at det valgte entropiuttrykket var det eneste mulige, og at Wiens lov med andre ord var et resultat av termodynamikkens 2. hovedsetning, og at hans mål dermed var nådd. Men han var klar over at han ikke hadde ført noe entydig bevis for entropiuttrykkets entydighet. Det videre arbeidet besto derfor i å prøve å etablere denne entydigheten: *Jeg har gjentatte ganger bestrebet meg på å forandre eller generalisere uttrykket for den elektromagnetiske entropien til en resonator, ... slik at det fremdeles tilfredsstillende alle elektromagnetiske og termodynamiske lover, men dette har ikke lyktes meg.*⁽³⁾

Plancks strålingslov

Neste utspill i utvikling sto eksperimentalfysikerne for. Planck samarbeidet godt med eksperimentalistene i Berlin, og en av dem, Josef Rubens, ble en av Plancks nære venner. Søndag 7. oktober 1899 var Rubens og hans kone på besøk hos familien Planck. Over tekoppene fortalte Rubens at Wiens lov utvilsomt ikke stemte for stråling med høy temperatur og lav frekvens. Nye målinger falt ikke på Wiens kurve.⁽⁴⁾ Samme kveld gikk Planck etter en gang løs på problemet. På det årlige møtet til Berlinske Akademi, 19. oktober 1900, der de nye eksperimentelle resultatene ble offentliggjort, kunne Planck presentere en forbedring av Wiens lov. Planck skriver i sin selvbiografi: *Om morgenen neste dag oppsøkte Rubens meg og fortalte, at han etter møtets slutt hele den samme natten nøyte hadde sammenliknet min formel med sine måledata, og overalt hadde funnet en tilfredsstillende overensstemmelse*⁽⁵⁾.

Men Planck var klar over at hans nye strålingslov ikke hvilte på et sikkert teoretisk fundament. 14. desember begrunnet Planck sin strålingslov ut fra statistisk fysikk og ved å føre inn et helt nytt element i fysikken, energielementer. I sitt nobelforedrag beskrev Planck arbeidet i perioden mellom 19. oktober og 14. desember som *det mest hektiske i mitt liv* og at det *av seg selv* førte ham til Boltzmanns sammenheng mellom entropi og sannsynlighet. Både på møtet den 14. desember og i senere utledninger refererte han til en artikkel av Boltzmann fra 1877. Det er også sannsynlig at Planck hentet inspirasjon til ideen om å kvantisere resonatorenergien fra dette arbeidet til Boltzmann. Planck delte resonatorer inn i grupper med samme frekvens. Han antok at energien E_N som skal fordeles på resonatorene er sammensatt av P diskrete energielementer ϵ , $E_N = P\epsilon$, og definerte en kompleksjon som en bestemt fordeling av energielementer på resonatorene. Han beregnet det totale antall kompleksjoner kombinatorisk, og innførte en sammenheng mellom en kompleksjons sannsynlighet og dens entropi. I foredraget fra 14. desember, skriver Planck: *Når energien E_N anses som en ubegrenset delbar størrelse, er fordelingen mulig på uendelig mange måter. Vi betrakter imidlertid – og dette er det vesentlige punktet i hele beregningen – E_N som sammensatt av et helt bestemt antall endelige like deler og benytter for dette formålet naturkonstanten $h = 6,55 \cdot 10^{-27}$ erg s. Denne konstanten multiplisert med frekvensen ν gir energi-*

elementet ϵ , og ved å dividere E med ϵ får vi antall energielementer P som fordelses på N resonatorer. Når forholdet E/ϵ ikke er et helt tall, kan man for P velge det nærmeste hele tallet.⁽⁶⁾

Kvantiseringen gav Planck konstanten h , og dermed en strålingslov som stemte med erfaringen. Energielementet ϵ , som fordeles på resonatorer med frekvens ν , fikk verdien $\epsilon = h\nu$.

Plancks strålingslov, utledet på grunnlag av Boltzmanns statistiske uttrykk for entropien og hypotesen om energikvanter, er gitt ved:

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}.$$

Samtidens reaksjon på Plancks arbeid

Selv om Plancks strålingslov stemte med eksperimentelle resultater og også muliggjorde bestemmelse av noen fysiske konstanter, fikk hans arbeid lite oppmerksomhet. Problemet Planck løste ble ikke oppfattet som en fundamental vanskelighet i fysikken. Først mange år senere kan man lese at kvantemekanikken oppsto på ruinene av en sammenbrutt klassisk fysikk, et synspunkt det ikke er mye hold i. Plancks arbeid løste et av mange problemer, som interesserte datidens fysikere. Blant interessante problemer var røntgenstråler, radioaktivitet, elektronet, radium osv.

Det er heller ingen tvil om at Plancks anvendelse av statistisk fysikk ikke falt i god jord blant energikerne, som var motstandere av atomteorien, og nektet derfor betydningen av en disiplin som statistisk fysikk.

Den første som for alvor tok kvantehypotesen opp var Albert Einstein med sin avhandling fra 1905: *Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt*.

Takk

Kristoffer Gjøtterud og Ole Knudsen har lest artikkelen. Jeg er takknemlig for deres kritikk og råd.

Referanser

1. M. Planck: *Physikalische Abhandlungen und Vorträge*, Band 1, 493–600 (1899)
2. L. Boltzmann: *Vorlesungen über die Gastheorie*, Vol. 2. Leipzig (1898)

3. M. Planck: *Physikalische Abhandlungen und Vorträge*, Band 1, 560–600
4. F. Ingebretsen: *Max Planck og hans teori – Kvantefysikken har 100-årsjubileum* Fra Fysikkens Verden **62** Nr. 4, 114–117 (2000)
5. *Scientific Autobiography*. Philosophical Library, New York (1949)
6. D. Ter Haar: *The Old Quantum Theory*. Pergamon Press (1967)

Generelle kilder

1. O. Darrigol: *From c-Numbers to q-Numbers*. University of California Press (1992)
2. M. Klein: *Max Planck and the Beginning of the Quantum Theory*. *Archive History Exact Sciences* **1**, (1962)
3. A. Pais: *Subtle is the Lord*. Oxford University Press (1982)
4. Phillip Stehle: *Order, Chaos, Order*. Oxford University Press (1994)
5. F. Aaserud: *Plancks Energikvantebegrep*. Hovedoppgave i fysikk, Fysisk institutt, Universitetet i Oslo (1976)

*Høgskolen i Agder